

基于 Lyapunov-MPC 方法的非合作目标 近距离抵近控制*

杜兴瑞, 孟云鹤, 陆璐

中山大学人工智能学院, 广东 珠海 519082

摘要: 针对航天器近距离视线抵近同时存在轨道与姿态机动的非合作目标特定方位控制问题, 提出了一种基于控制 Lyapunov 函数 (CLF) 的模型预测控制方法 (LMPC)。首先, 根据视线坐标系下的轨道动力学方程, 建立了满足视线指向要求的航天器相对轨道动力学模型, 并推导了期望轨道的解析表达式。其次, 利用 MPC 方法设计控制器进行在线优化控制, 并通过纳入基于李雅普洛夫方法的非线性反步控制的显式特征, 构建收缩约束式, 以确保闭环稳定性。接着, 对基于 LMPC 的控制方法的递归可行性和闭环稳定性进行了证明。最后, 仿真结果证明了所设计的 LMPC 轨迹跟踪方法的有效性和鲁棒性。

关键词: 非合作目标; 近距离视线抵近; 非线性动力学系统; 控制 Lyapunov 函数; 模型预测控制

中图分类号: V19 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(2024)02-0085-10

Non-cooperative target proximity control based on Lyapunov-MPC method

DU Xingrui, MENG Yunhe, LU Lu

School of Artificial Intelligence, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China

Abstract: A model predictive control method based on Lyapunov function (LMPC) is proposed to control the specific orientation of non-cooperative spacecraft with orbit and attitude maneuvers. Firstly, according to the orbital dynamics equation in the line-of-sight coordinate system, the relative orbital dynamics model of the spacecraft satisfying the requirements of line-of-sight direction is established, and the analytical expression of the expected orbit is derived. Secondly, the MPC method is used to design the controller for online optimization control, and the contraction constraint formula is constructed to ensure the closed-loop stability by incorporating the display features of the nonlinear backstepping control based on the Lyapunov method. Then, the recursive feasibility and closed-loop stability of LMPC based control method are proved. Finally, the simulation results prove the effectiveness and robustness of the proposed LMPC trajectory tracking method.

Key words: non-cooperative target; close line of sight; nonlinear dynamic system; control Lyapunov function; model predictive control

* 收稿日期: 2023-07-09

录用日期: 2023-08-02

网络首发日期: 2023-09-26

基金项目: 国家自然科学基金 (61673390)

作者简介: 杜兴瑞 (1997年生), 男; 研究方向: 智能控制; E-mail: duxr7@mail2.sysu.edu.cn

通信作者: 孟云鹤 (1978年生), 男; 研究方向: 智能控制; E-mail: mengyh7@mail.sysu.edu.cn

航天器的自主抵近控制是实现一系列空间近距离操作任务的关键技术,在空间态势感知、空间攻防、在轨服务等领域都有着广泛应用。在非合作目标的自主抵近过程中,存在抵近航天器与非合作目标无星间链路交流运动信息、非合作目标具有轨道机动和姿态翻滚等挑战性因素。安全、可靠地抵近非合作目标特定方位是进行观测监视、悬停抓捕、交会对接等任务的前提和基础。

在与非合作目标的近距离自主抵近任务中,一般采用视频制导系统、激光成像探测和测距系统,以相对距离和相对于目标的视线角度信息进行相对导航(敬忠良,2011)。文献(陈统等,2006;高登巍等,2013a;高登巍等,2013b)以抵近航天器质心为原点建立视线坐标系(LOS)并在此LOS下推导了相对运动模型。与传统的C-W方程相比,相对运动方程的优势在于:求解相对运动方程不需要目标的未知参数;可以不作坐标系转换,直接使用来自测量的相对导航信息;对目标轨道偏心率不做要求,可以在任意初始位置抵近目标的特定方位。罗建军等(高登巍等,2013a;高登巍等,2013b)在体坐标系下建立相对姿态误差运动模型,在接近的过程中进行姿态跟踪控制,并利用 $\theta-D$ 控制方法实现了姿轨耦合控制。文献(Ming et al., 2004;Ming et al., 2011)以能量消耗和误差最小为指标函数,利用具有良好鲁棒性的状态依赖黎卡提方程法(SDRE)(Stansbery et al., 2000;Ming et al., 2002)转化为迭代方程来进行姿轨耦合控制器设计。但这种方法不太适用于同时存在轨道以及姿态机动的非合作目标,其控制误差会较大。

文献(高登巍等,2013a;Ming et al., 2004;Ming et al., 2011)都是基于非线性最优控制(NOC)的思想来设计控制器。NOC被认为是处理约束优化问题最有效的方法之一,因为它在满足非线性约束的同时优化了一个特定的指标函数(Ma et al., 2007;Peng et al., 2014)。然而,即使是在无约束的情况下,快速求解闭环NOC的可行解也是具有挑战性的(Zhang et al., 2009)。另外,非线性模型预测控制(NMPC),其基于后退时域策略(RHS),通过解决每个采样瞬间的NOC来实时重新规划轨迹(Maciejowski, 2003),由此产生的NOC问题可进一步简化为二次规划(QP)问题,该问题的计算量对航天器上的计算机来说是可以承受的。利用MPC来解决航天器轨迹跟踪控制问题已被证明是一种有效的方法(Leomanni et al., 2014;Mammarel-

la et al., 2018;Dong et al., 2020;Li et al., 2017;董凯凯等, 2021)。文献(Mammarella et al., 2018;Dong et al., 2020)在LVLH坐标系下,利用鲁棒MPC方法进行了航天器近距离交会轨迹规划与控制,仿真证明了算法的有效性。文献(Li et al., 2017)在建立的二维平面视线坐标系下,利用非线性MPC方法对航天器的交会进行了控制器设计,而文献(董凯凯等, 2021)则采用不同的策略,即先利用维普法进行标称轨迹规划,再用增量线性MPC方法进行跟踪控制,仿真证明了两种控制方法的有效性。

文献(Mammarella et al., 2018;Dong et al., 2020)的相对导航信息需先从LOS坐标系转换到LVLH坐标系,坐标系间的转化会使制导控制律的推导变得复杂。该文献的相对运动模型仅适用于两航天器位于同一轨道平面,不适用于从任意方位抵近目标的任务。且在相对运动推导过程中,均未考虑目标具有机动性的情形,也未对MPC的稳定性进行证明。稳定性是任何闭环控制系统最重要的属性,必须得到保证。为了保证闭环系统的稳定性,标准的MPC设计方法是对给出的优化问题采用终端约束方式,并通过局部线性化构建一个辅助的稳定控制律(Mayne et al., 2000)。然而,局部线性化对于抵近非合作目标的航天器轨迹跟踪控制是不合适的。因此,需要一种有效方法来保证基于MPC的轨迹跟踪控制的闭环稳定性。

针对近距离抵近控制问题,本文提出了一种基于Lyapunov的非线性模型预测控制(LMPC)策略。LMPC可以很好地处理非线性和交叉耦合的系统动力学、推力限制方面的系统约束。它避免了标准MPC(Liu, 2011)所需的局部线性化,并以相对简单的方式保证了闭环稳定性。通过利用反步法以及基于Lyapunov的理论,在LMPC算法中构建了一个收缩约束式,这在理论上保证了所提LMPC算法的递归可行性和闭环稳定性。

1 动力学模型

1.1 视线坐标系

地心惯性系 $O_i x_i y_i z_i$ 与视线系 $O_l x_l y_l z_l$ 及其关系如图1所示,其中 i 表示惯性坐标系, l 表示视线坐标系。取抵近航天器质心为视线系的原点 O_l , x_l 轴与视线重合, y_l 轴位于由 x_l 和 y_i 轴组成的平面内且与 x_l 轴垂直, z_l 轴由右手定则确定。 ρ 为追踪航天器相对目标的位置矢量, η 和 β 为视线倾角和视线偏角(高登巍等,2013a)。

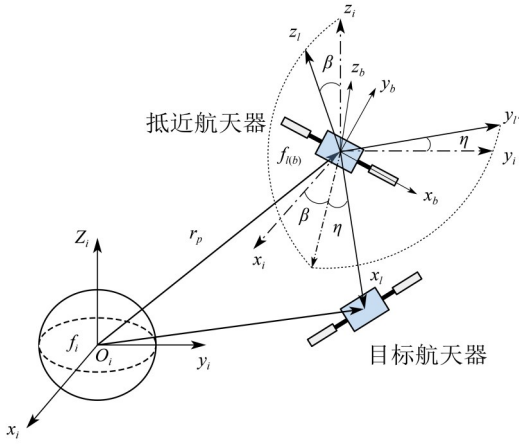


图1 地心惯性系与视线坐标系的位姿关系

Fig. 1 Position and pose relationship between geocentric inertial system and line of sight coordinate system

1.2 相对轨道动力学模型

在视线坐标系下, 相对轨道动力学模型为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \boldsymbol{\rho}}{dt^2} &= \frac{d^2(\boldsymbol{\rho})_l}{dt^2} + (\dot{\boldsymbol{\omega}}_l)_l^\times(\boldsymbol{\rho})_l \\ &\quad + 2(\boldsymbol{\omega}_l)_l^\times \frac{d(\boldsymbol{\rho})_l}{dt} + (\boldsymbol{\omega}_l)_l^\times (\boldsymbol{\omega}_l)_l^\times (\boldsymbol{\rho})_l \\ &= (\Delta \mathbf{g})_l + (\mathbf{a}_l)_l - (\mathbf{a}_c)_l, \end{aligned} \quad (1)$$

式中上标 \times 为反对称化; $\Delta \mathbf{g} = [\Delta g_x \ \Delta g_y \ \Delta g_z]^\top$ 为目标与抵近航天器间的引力差。在对目标进行近距离抵近时, 该项可以忽略; $\mathbf{a}_l = [a_{lx} \ a_{ly} \ a_{lz}]^\top$ 为目标加速度; $\mathbf{a}_c = [a_{cx} \ a_{cy} \ a_{cz}]^\top$ 为抵近航天器的控制加速度。 $\mathbf{a}_d = [a_{dx} \ a_{dy} \ a_{dz}]^\top$ 为抵近航天器的干扰力加速度, 又称未知有界扰动。将式(1)写成分量的形式:

$$\begin{cases} \ddot{\rho} - \rho(\dot{\eta}^2 + \dot{\beta}^2 \cos^2 \eta) = \Delta g_x + a_{lx} - a_{cx} - a_{dx}, \\ \rho \ddot{\eta} + 2\dot{\rho}\dot{\eta} + \rho\dot{\beta}^2 \sin \eta \cos \eta = \Delta g_y + a_{ly} - a_{cy} - a_{dy}, \\ -\rho\ddot{\beta} \cos \eta - 2\dot{\rho}\dot{\beta} \cos \eta + 2\rho\dot{\eta}\dot{\beta} \sin \eta = \Delta g_z + a_{lz} - a_{cz} - a_{dz}, \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta g_x &= \frac{\mu}{(r_x^2 + r_x^2 + r_x^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{3r_x^2}{r_x^2 + r_x^2 + r_x^2} - 1 \right) \rho, \\ \Delta g_y &= \frac{3\mu r_x r_y}{(r_x^2 + r_x^2 + r_x^2)^{\frac{5}{2}}} \rho, \\ \Delta g_z &= \frac{3\mu r_x r_z}{(r_x^2 + r_x^2 + r_x^2)^{\frac{5}{2}}} \rho. \end{aligned}$$

$$\text{记 } \mathbf{x}(t) = [\mathbf{p} \ \mathbf{v}]^\top, \quad \mathbf{p} = [\rho \ \eta \ \beta]^\top, \quad \mathbf{v} =$$

$[\dot{\rho} \ \rho\dot{\eta} \ \rho\dot{\beta} \cos \eta]^\top$, $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_c(t) + \mathbf{u}_l(t)$. 控制输入 $\mathbf{u}(t)$ 包括抵近跟踪控制 $\mathbf{u}_c(t) = [-a_{cx} \ -a_{cy} \ a_{cz}]^\top$ 和目标航天器机动引起的控制 $\mathbf{u}_l(t)$. 将视线系下的相对运动方程(2)改写为状态空间方程

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}\mathbf{d}, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ 和 \mathbf{B} 为系统状态转移矩阵和控制输入矩阵, \mathbf{d} 表示扰动力。且

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{A}(1,2) \\ \mathbf{A}(2,1) & \mathbf{A}(2,2) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{0}_3$ 与 \mathbf{I}_3 为三阶零方阵和三阶单位方阵, 且

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(1,2) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\rho \cos \eta} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}(2,1) &= \begin{bmatrix} \frac{\Delta g_x}{\rho} & 0 & 0 \\ \frac{\Delta g_y}{\rho} & 0 & 0 \\ -\frac{\Delta g_z}{\rho} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}(2,2) &= \begin{bmatrix} 0 & \dot{\eta} & \dot{\beta} \cos \eta \\ -\dot{\eta} & 0 & -\dot{\beta} \sin \eta \\ -\dot{\beta} \cos \eta & \dot{\beta} \sin \eta & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

1.3 期望轨道

设目标特征点在其体坐标系下的单位指向矢量为 \mathbf{n}_b , 则追踪航天器视线的期望方向为 $-\mathbf{n}_b$. 追踪航天器期望视线方向在惯性系下的投影为(高登巍等, 2013a)

$$\boldsymbol{\rho}_l = \mathbf{R}_l^b(-\mathbf{n}_b \rho_d) = [x_l \ y_l \ z_l]^\top, \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_l^b = \mathbf{I}_3 - \frac{4(1 - \boldsymbol{\sigma}_l^\top \boldsymbol{\sigma}_l) \boldsymbol{\sigma}_l^\times}{(1 + \boldsymbol{\sigma}_l^\top \boldsymbol{\sigma}_l)^2} + \frac{8\boldsymbol{\sigma}_l^\times \boldsymbol{\sigma}_l^\times}{(1 + \boldsymbol{\sigma}_l^\top \boldsymbol{\sigma}_l)^2}, \quad (6)$$

式中 \mathbf{R}_l^b 为目标体坐标系到其惯性系的旋转矩阵。

视线方向在视线坐标系下的期望值为 $\boldsymbol{\rho}_l = [\rho_d \ 0 \ 0]^\top$, ρ_d 为追踪航天器与目标之间的期望距离。将 $\boldsymbol{\rho}_l$ 投影到惯性坐标系下, 则

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}_l &= \mathbf{R}_l^i \boldsymbol{\rho}_l = [x_l \ y_l \ z_l]^\top \\ &= [\rho_d \cos \eta \cos \beta \ \rho_d \sin \eta \ -\rho_d \cos \eta \sin \beta]^\top, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_l^i = \begin{bmatrix} \cos \eta \cos \beta & \sin \eta & -\cos \eta \sin \beta \\ -\sin \eta \cos \beta & \cos \eta & \sin \eta \sin \beta \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}^\top, \quad (8)$$

式中 \mathbf{R}_i^l 为视线系到惯性系的旋转矩阵。根据式(5)和(7)可得到期望视线倾角 η_d 和期望视线偏角 β_d 。

设 $\omega_{i, bt}^i$ 为目标体坐标系相对于惯性坐标系的转动角速度在惯性坐标系下的投影, 有

$$\omega_{i, bt}^i = \mathbf{R}_i^{bt} \omega_{bt}, \quad (9)$$

其中 ω_{bt} 为目标航天器相对于惯性系的姿态角速度, 则相对距离的变化率为

$$\dot{\rho}_i = (\omega_{i, bt}^i)^{\times} [x_i \ y_i \ z_i]^T. \quad (10)$$

对式(5)、(7)和(10)进行联立求导, 即可求出期望视线倾角和视线偏角的一阶导数和二阶导数 $\dot{\eta}_d$ 、 $\dot{\beta}_d$ 、 $\ddot{\eta}_d$ 、 $\ddot{\beta}_d$ 。

2 基于LMPC的轨迹跟踪控制器

考虑一个期望的轨迹 $\mathbf{p}_d = [\rho_d \ \eta_d \ \beta_d]^T$ 。由上节的推导可知, \mathbf{p}_d 是光滑且有界的。因此, 给出命题1如下:

命题1 期望轨迹 $\mathbf{p}_d = [\rho_d \ \eta_d \ \beta_d]^T$ 光滑且有界, 满足: 存在正数 $\bar{\rho}_d$, $\bar{\eta}_d$, $\bar{\beta}_d$, $\bar{\rho}_{d1}$, $\bar{\rho}_{d2}$, 有 $\|\rho_d(t)\|_{\infty} \leq \bar{\rho}_d$, $\|\mathbf{p}_d(t)\|_{\infty} \leq \bar{\rho}_d$, $\|\dot{\mathbf{p}}_d(t)\|_{\infty} \leq \bar{\rho}_{d1}$, $\|\ddot{\mathbf{p}}_d(t)\|_{\infty} \leq \bar{\rho}_{d2}$ 。

2.1 控制器设计

LMPC 轨迹跟踪控制器的表达式为

$$\min J_k = \int_{t_k}^{t_k + T_p} (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d)^T \mathbf{Q} (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d) dt + \int_{t_k}^{t_k + T_c} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t) dt, \quad (11a)$$

$$\text{s.t.} \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad (11b)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}(t_0), \quad (11c)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ -\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \leq \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\max} \\ -\mathbf{u}_{\max} \end{bmatrix}, \quad (11d)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}(0), \mathbf{u}(0)) \leq \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}(0), \mathbf{h}(\mathbf{x}(0))), \quad (11e)$$

其中 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 是加权系数矩阵, $\mathbf{x}_d = [\rho_d \ v_d]^T$, $\mathbf{p}_d = [\rho_d \ \eta_d \ \beta_d]^T$, $\mathbf{v}_d = [\dot{\rho}_d \ \rho_d \dot{\eta}_d \ \rho_d \dot{\beta}_d \cos \eta_d]^T$ 。

约束式(11b)为航天器动力学方程, 式(11d)为控制输入空间约束, 式(11e)为构造的约束收缩条件, V 为李雅普诺夫函数, $\mathbf{h}(\mathbf{x}(0))$ 为构造的辅助控制律函数的初始值。

式(11a-11d)描述了一个标准的MPC框架, 由于预测时域有限, 无法保证控制系统的闭环稳定性。所以, 将控制李雅普诺夫函数(CLF)应用到MPC框架中, 通过引入辅助约束条件式(11e), 重新构造了逼近控制问题中的LMPC控制框架。其

中, $\mathbf{h}(\cdot)$ 为引入的基于Lyapunov方法的辅助控制律, $V(\cdot)$ 为控制系统对应的CLF。

对于引入的基于Lyapunov理论控制律以及对应的Lyapunov函数, 根据文献(Khalil, 1996)有

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}(t), \mathbf{h}(\mathbf{x}(0))) < -\sigma(\mathbf{x}), \quad (12)$$

式中 $\sigma(\mathbf{x})$ 为一个连续的正定函数。

式(11e)的引入能使MPC继承状态反馈控制律 $\mathbf{h}(\cdot)$ 的稳定性特性, 同时由于MPC具有在线优化的优势, 会在遵从系统约束条件下求解预测时域内的最优控制输出。整个控制算法如表1所示。

表1 LMPC算法

Table 1 LMPC algorithm

LMPC算法
1. 输入目标函数 J_k ;
2. 测量或估计当前状态量 $\mathbf{x}(t)$;
3. 令 $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}(t)$, 求解LMPC问题式(11), 并让 $K(s)$ 为得到的最优(次优)控制输入序列;
4. 将 $K(s)$ 序列中的第一个控制量作为控制输入;
5. 令 $t = t + T_s$ (T_s 为航天器的控制步长), 跳转到第2步。

2.2 标准MPC求解

LMPC 控制器中的标准MPC求解问题, 即连续时间非线性最优控制(CNOC)问题。将CNOC离散化, 在给定预测时域 T_p 上的离散非线性最优控制(DNOC)为

$$\min J_k = \sum_{i=k+1}^{k+N} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_d)^T \mathbf{Q}_k (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_d) + \sum_{i=k}^{k+N_c-1} \Delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{R}_k \Delta \mathbf{u}_i, \quad (13a)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i, \quad (13b)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ -\mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{u}_i \leq \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\max} \\ -\mathbf{u}_{\max} \end{bmatrix}, \quad i = k+1, \dots, k+N, \quad (13c)$$

其中 $\Delta \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$ 为控制增量, N 和 N_c 分别为预测范围和控制范围, 由 $T_p = NT_s$ 和 $T_c = N_c T_s$ 进行反算, T_s 为采样时间间隔。因DNOC问题计算量大, 将其转换为二次规划问题进行求解, 转换过程参考相关文献(Li et al., 2016)。

3 稳定性分析

3.1 辅助控制律设计

为了构造约束式(11e), 利用反步法来构造对应的基于Lyapunov的状态反馈控制律。

定义

$$\begin{cases} z_1 = p_e = p - p_d, \\ z_2 = v - s, \end{cases} \quad (14)$$

其中 s 为辅助镇定向量。结合式(3)、(4)并略去扰动 d , 可得到新的系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{p}_e = A(1, 2)v - \dot{p}_d, \\ \dot{z}_2 = A(2, 2)v + u - \dot{s}. \end{cases} \quad (15)$$

当不考虑目标轨道机动时, 式(15)可化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{p}_e = A(1, 2)v - \dot{p}_d, \\ \dot{z}_2 = A(2, 2)v + u_c - \dot{s}. \end{cases} \quad (16)$$

选取第一个 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^T K_p z_1, \quad (17)$$

其中 K_p 为增益系数三阶对角阵。对 V_1 求导, 并联立式(14), 可得

$$\dot{V}_1 = z_1^T K_p (A(1, 2)s - \dot{p}_d) + z_1^T K_p A(1, 2)z_2, \quad (18)$$

设计辅助镇定向量

$$s = A(1, 2)^{-1}(\dot{p}_d - K_1 z_1), \quad (19)$$

其中 K_1 为增益系数矩阵。此时, \dot{V}_1 改写为

$$\dot{V}_1 = -z_1^T K_p K_1 z_1 + z_1^T K_p A(1, 2)z_2, \quad (20)$$

选取第二个 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} z_2^T K_v z_2 + V_1, \quad (21)$$

对 V_2 求导并联立式(14), 整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -z_1^T K_p K_1 z_1 \\ & + z_2^T K_v (K_v^{-1} K_p A(1, 2)z_1 + A(2, 2)v + u_c - \dot{s}). \end{aligned} \quad (22)$$

设计状态反馈控制律

$$u_c = -K_v^{-1} K_p A(1, 2)z_1 - K_2 z_2 - A(2, 2)v + \dot{s}, \quad (23)$$

其中 K_2 为增益系数矩阵。将式(23)代入式(22)中, 得

$$\dot{V}_2 = -z_1^T K_p K_1 z_1 - z_2^T K_v K_2 z_2. \quad (24)$$

由于 K_p 、 K_v 、 K_1 和 K_2 均为正定矩阵, 故有 $\dot{V}_2 \leq 0$ 。根据 Lyapunov 定理, 基于状态反馈控制律式(23)得闭环系统式(16)在平衡点全局渐进稳定。

当考虑目标轨道机动时, 抵近航天器需同时提供 u_c 和 u_l 来满足抵近要求。重写式(24)为

$$\dot{V}_2 = -z_1^T K_p K_1 z_1 - z_2^T K_v K_2 z_2 + z_2^T K_v (u_l + f_t) \leq 0, \quad (25)$$

其中 $f_t = [a_{tx} \ a_{ty} \ -a_{tz}]^T$ 为由目标轨道机动引起的未知项, 设 \bar{f}_t 为目标机动的上限, 则有 $\|f_t\|_2 \leq \bar{f}_t$ 。

由前面的推导可知, u_c 满足稳定性定理, 只需 u_l 对应的 Lyapunov 函数部分满足稳定性定理即可使 u 满足式(25)。即, 使 $\dot{V}_2 \leq 0$ 的充要条件为

$$z_2^T K_v (u_l + f_t) \leq 0. \quad (26)$$

令 $\lambda = K_v^T z_2$, 则 $\lambda^T (u_l + f_t) \leq 0$ 。因为 $\|f_t\|_2 \leq \bar{f}_t$, 则有 $f_t \lambda^T - \bar{f}_t \|\lambda\| \leq 0$ 。因此有

$$\lambda^T \left(f_t - \bar{f}_t \frac{\lambda}{\|\lambda\|_2} \right) \leq 0. \quad (27)$$

综合式(26)和(27), 得

$$u_l = -\bar{f}_t \frac{\lambda}{\|\lambda\|_2}. \quad (28)$$

故, 抵近控制器的状态反馈控制律为

$$\begin{aligned} u = u_c + u_l = & -K_v^{-1} (A(1, 2)z_1 + K_2 z_2) \\ & - A(2, 2)v + \dot{s} - \bar{f}_t \frac{\lambda}{\|\lambda\|_2}, \end{aligned} \quad (29)$$

式(29)对应的收缩约束式(11e)为

$$\begin{aligned} & -z_1(0)^T K_p (A(1, 2)s(0) - \dot{p}_d(0)) \\ & - z_2^T K_v (K_v^{-1} K_p A(1, 2)z_1(0) + A(2, 2)v(0) \\ & + u(0) - \dot{s}(0)) \\ & \leq -z_1(0)^T K_p K_1 z_1(0) - z_2(0)^T K_v K_2 z_2(0). \end{aligned} \quad (30)$$

3.2 LMPC 稳定性分析

现在, 证明式(11)的递归可行性和算法1下的闭环可行性。

因为 $\dot{V}_1 \leq 0$, 有 $\|p_e(t)\|_2 \leq \|p_e(0)\|_2$, 且 $\|p_e\|_\infty \leq \|p_e\|_2$, 则有 $\|p_e\|_\infty \leq \|p_e\|_2 \leq \|p_e(0)\|_2$ 。由 $\|p\|_\infty = \|p_e + p_d\|_\infty \leq \|p_e\|_\infty + \|p_d\|_\infty$, 结合命题1有

$$\|p\|_\infty \leq \|p_e(0)\|_2 + \bar{p}_d. \quad (31)$$

由于 p_e 最后在平衡点渐进稳定, 则 p 会收敛至 $p_d = [\rho_d \ \eta_d \ \beta_d]^T$, 则对于时变矩阵 $A(1, 2)$, 有

$$\|A(1, 2)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos \eta} \end{bmatrix} \right\|_\infty.$$

考虑到实际情况, 存在约束 $-\frac{\pi}{4} \leq \eta \leq \frac{\pi}{4}$ 。且

$$\|A(1, 2)\|_\infty \leq \|A(1, 2)\|_2$$

$$\leq \left\| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\cos \eta} \end{bmatrix} \right\|_2 \leq \frac{\sqrt{2}}{\rho_d}, \quad (32)$$

对式(19)的两边取无穷范数, 由式(25)并结合命题1, 有

$$\|s\|_{\infty} \leq \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}_d} \left(\bar{p}_d + \bar{k}_1 \|p_e(0)\|_2 \right). \quad (33)$$

对 \dot{s} 取无穷范数, 有

$$\begin{aligned} \|\dot{s}\|_{\infty} &= \left\| \frac{s(t+h) - s(t)}{h} \right\|_{\infty} \\ &\leq \frac{1}{h} \|s(t+h)\|_{\infty} + \|s(t)\|_{\infty} \\ &\leq \frac{2\sqrt{2}}{h\bar{\rho}_d} \left(\bar{p}_d + \bar{k}_1 \|p_e(0)\|_2 \right). \end{aligned} \quad (34)$$

因为 $\dot{V}_2 \leq 0$, $\|v_e(t)\|_{\infty} \leq \|v_e(t)\|_2 \leq \|v_e(0)\|_2$, 且 $v = v_e + s$, 则有

$$\begin{aligned} \|v\|_{\infty} &= \|v_e + s\|_{\infty} \leq \|v_e\|_{\infty} + \|s\|_{\infty} \\ &\leq \|v_e(0)\|_{\infty} + \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}_d} \left(\bar{p}_d + \bar{k}_1 \|p_e(0)\|_2 \right). \end{aligned} \quad (35)$$

对 $A(2, 2)$ 取无穷范数有

$$\begin{aligned} \|A(2, 2)\|_{\infty} &\leq \|A(2, 2)\|_2 = \sqrt{2(\dot{\eta}^2 + \dot{\beta}^2)} \\ &\leq \sqrt{2(\dot{\rho}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\beta}^2)} = \sqrt{2}\|\dot{p}\|_2, \end{aligned} \quad (36)$$

且 $\dot{p} = A(1, 2)v$, 则

$$\begin{aligned} \|\dot{p}\|_2 &= \|A(1, 2)v\|_2 \leq \|A(1, 2)\|_2 \|v\|_2 \\ &\leq \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}_d} \left(\|v_e(0)\|_2 + \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}_d} \left(\bar{p}_d + \bar{k}_1 \|p_e(0)\|_2 \right) \right). \end{aligned} \quad (37)$$

式(29)两边取无穷范数, 结合式(14)有

$$\begin{aligned} \|u\|_{\infty} &= \|u_c + u_t\|_{\infty} \\ &\leq \left\| \dot{s} - K_v^{-1} K_p A(1, 2) p_e + K_2(v - s) - A(2, 2)v \right\|_{\infty} \\ &+ \left\| -\bar{f}_i \frac{\lambda}{\|\lambda\|_2} \right\|_{\infty} \leq \|\dot{s}\|_{\infty} + \frac{\bar{k}_p}{\bar{k}_v} \|A(1, 2)\|_{\infty} \|p_e\|_{\infty} \\ &+ \frac{\bar{k}_2}{\bar{k}_v} (\|v\|_{\infty} + \|s\|_{\infty}) + \|A(2, 2)\|_{\infty} \|v\|_{\infty} + \bar{f}_i \\ &= \bar{f}_i + \frac{2\sqrt{2}}{h\bar{\rho}_d} \left(\bar{p}_d + \bar{k}_1 \|p_e(0)\|_2 \right) \\ &+ \left(\frac{2\bar{k}_p}{\bar{\rho}_d \bar{k}_v} \|p_e(0)\|_2 + \bar{k}_2 \right) \\ &\cdot \left(\|v_e(0)\|_2 + \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}_d} \left(\bar{p}_d + \bar{k}_1 \|p_e(0)\|_2 \right) \right) \\ &+ \frac{2}{\bar{\rho}_d} \left(\|v_e(0)\|_2 + \frac{\sqrt{2}}{\bar{\rho}_d} \left(\bar{p}_d + \bar{k}_1 \|p_e(0)\|_2 \right) \right)^2 \\ &= \|h(\hat{u})\|_{\infty}. \end{aligned} \quad (38)$$

只要关系式 $\|h(\hat{u})\|_{\infty} \leq u_{\max}$ 被满足, 总有 $u(t) \leq u_{\max}$. 式(11b)中的 $V_2(x)$ 是连续可微且完全无界, 由逆 Lyapunov 稳定性理论, 存在一个 K_{∞} 类

函数 $\gamma_i(\cdot)$ ($i = 1, 2, 3$), 满足

$$\begin{aligned} \gamma_1(x) &\leq V_2(x) \leq \gamma_2(x), \\ \frac{\partial V}{\partial x} f(x, h(x)) &\leq -\gamma_3(x). \end{aligned} \quad (39)$$

因式(16)和最优解 $K(s)$ 将在每个采样周期执行求解, 则有

$$\frac{\partial V}{\partial x} f(x, u) \leq \frac{\partial V}{\partial x} f(x, h(x)) \leq -\gamma_3(x). \quad (40)$$

由 Lyapunov 论证 (Khalil, 1996), 则算法 1 下的闭环系统在吸引域 (ROA) $\mathcal{X} = \{x = 28 \in \mathbb{R}^n\}$ 是全局渐进稳定的。此外, \mathcal{X} 可以通过减小控制增益 \bar{k}_1 、 \bar{k}_2 来进行扩大。虽然渐进稳定性只依赖于控制增益矩阵 K_1 和 K_2 的正定性, 反步控制器式(29)的跟踪控制性能是由控制增益的大小决定的, 较小的 \bar{k}_1 和 \bar{k}_2 值会导致较慢的收敛, 所以 BSC 的性能和收敛区间存在一定的权衡, 而基于 LMPC 的轨迹跟踪控制利用其在线优化过程, 可以在为大的 ROA 选择小的控制增益的情况下, 使控制器产生关于目标函数 (11a) 的最佳跟踪控制, 以取得更优的控制性能。

4 数值仿真

4.1 初始条件设置

为了验证本文的 LMPC 控制器的有效性, 对抵近航天器近距离视线抵近运动进行数值仿真。地心引力常数 $\mu = 3986 \times 10^{11}$. 目标航天器所在的轨道根数、初始姿态以及抵近航天器相对目标航天器的初始运动参数见表 2。

仿真过程中, 假设太阳光线方向向量不变, 且 $S = [\sqrt{1/2} \quad \sqrt{1/2} \quad \sqrt{1/2}]^T$; 假设导航信息精确可知, 目标航天器的轨道控制加速度未知但有界, 且不超过 1 m/s^2 . 因为是近距离抵近, 故目标航天器和抵近航天器所受到的外界扰动均用幅值为 5N 、满足均匀分布的随机噪声来表示。

假设抵近航天器执行器机构提供的最大控制加速度 u_{\max} 为 1 m/s^2 , 抵近航天器在视线系下的相对距离与相对速度目标取为 $\rho_d = 5 \text{ m}$ 、 $\dot{\rho}_d = 0 \text{ m/s}$, 仿真时间设置为 300 s , 仿真步长取为 0.05 s . LMPC 控制器的控制参数见表 3。

在表 3 中, 轨道权重矩阵 Q 的参数选取直接影响控制器的控制效果。特别地, 为实现视线指向的策略, 即以所需的视线倾角、偏角指向目标, 对视线倾角、偏角的惩罚权重值 (设定为 5000) 相较于

表 2 航天器抵近仿真参数

Table 2 Spacecraft approach simulation parameters

项目	参数名称	参数值
目 标 航 天 器	质量 m_c /kg	100
	转动惯量 I_i /($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)	$\begin{bmatrix} 187.5 & 60 & 30 \\ 60 & 165 & 15 \\ 30 & 15 & 150 \end{bmatrix}$
	半长轴 a /km	7 378.137 8
	偏心率 e	0
	近地点辐角 ω /($^\circ$)	30
	轨道倾角 i /($^\circ$)	35
	升交点赤经 Ω /($^\circ$)	50
	真近点角 θ /($^\circ$)	0
	惯性下相对距离 ρ_i /m	$[100 \ 200 \ 300]^T$
初 始 状 态	惯性下相对速度 $\dot{\rho}_i$ /($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	$[1 \ 2 \ 3]^T$
	目标航天器姿态 q_i	$[0.775, 0.1585, 0.5915, 0.1585]$
	目标航天器角速度 w_i /($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	$[0.4 \ -0.8 \ 0.6]$
	目标航天器特征点在其本体系下的方向向量 n_i	$[0.4 \ -0.8 \ 0.6]$

表 3 航天器抵近控制参数

Table 3 Spacecraft approach control parameters

控制参数	数值
轨道状态权重矩阵 Q	$\text{diag}\{50, 5\ 000, 5\ 000, 100, 1/\rho, 1/(\rho\cos\eta)\}$
轨道控制权重矩阵 R	$\text{diag}\{1, 1, 1\}$
K_p	$\text{diag}\{1, 1, 1\}$
K_v	$\text{diag}\{1, 1, 1\}$
K_1	$\text{diag}\{0.8, 0.8, 0.8\}$
K_2	$\text{diag}\{0.01, 0.01, 0.01\}$

相对距离的惩罚权重值(设定为 50)更大;同时,为了实现视线稳定接近的策略,即接近过程中保持平稳的轨迹,对视线倾角变化率、偏角变化率的惩罚被分别设计为与相对距离大小相关的 $1/\rho$ 与 $\frac{1}{\rho\cos\eta}$ (因航天器的尺寸大小,所以到目标质心的相对距离 ρ 并不会减小到 0, 即 $1/\rho$ 与 $\frac{1}{\rho\cos\eta}$ 并不会趋于无穷大), 航天器在离目标越近时对视线偏角、倾角的惩罚越大, 指向性能更优。因在自主抵近过程中对抵近控制的指向性与安全性更加注重, 故轨道控制权重矩阵的参数值选取较小, 均取 1。

4.2 仿真结果与分析

4.2.1 不考虑不确定性情况下的仿真

在不考虑不确定性时, 首先验证算法的有效性和控制精度。在以目标航天器所在时空为基准所建惯性系下, 两航天器的相对运动轨迹如图 2 所示。图 3 反映了相对距离 ρ 、视线倾角 η 、视线偏角 β 随时间的变化。从图 3 可以看出, 在 80 s 后, 视线系下的相对距离偏差 $|\rho_e| \leq 0.05$ m、视线倾角误差 $|\eta_e| \leq 0.1$ rad、视线偏角误差 $|\beta_e| \leq 0.1$ rad, 控制算法具有较高的抵近精度。图 4 反映了相对距离一阶导 $\dot{\rho}$ (沿视线抵近的速度)、视线倾角一阶导 $\dot{\eta}$ (视线倾角角速度)、视线偏角一阶导 $\dot{\beta}$ (视线偏角角速度) 随时间的变化。图 3 和图 4 中的误差带以及图 5 中出现了“抖震”现象, 这是由于抵近航天器抵近机动目标航天器所造成的。由于抵近航天器总是落后于机动航天器的动作, 若目标航天器退化为非机动航天器, 则图 3 退化为图 6。从图 5 可以看出, 在 LMPC 框架下, 控制加速度一直在约束范围内, 能满足工程约束。

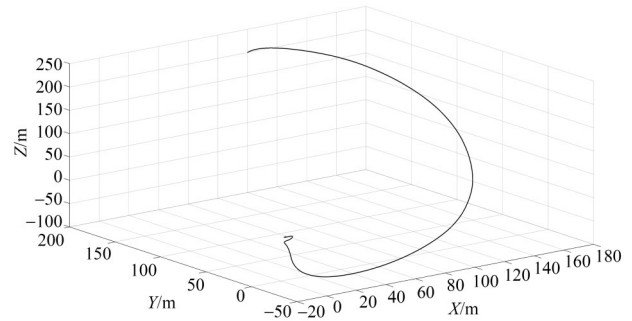


图 2 相对运动轨迹

Fig. 2 Relative movement orbit

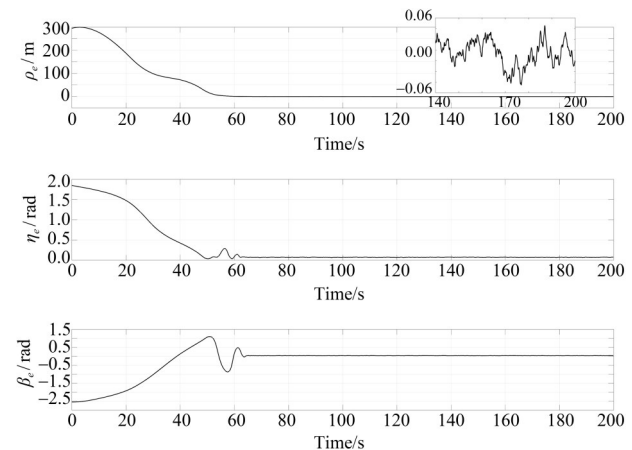


图 3 视线系下 ρ 、 η 、 β 的误差曲线

Fig. 3 Error curve of ρ, η, β in the line-of-sight coordinate system

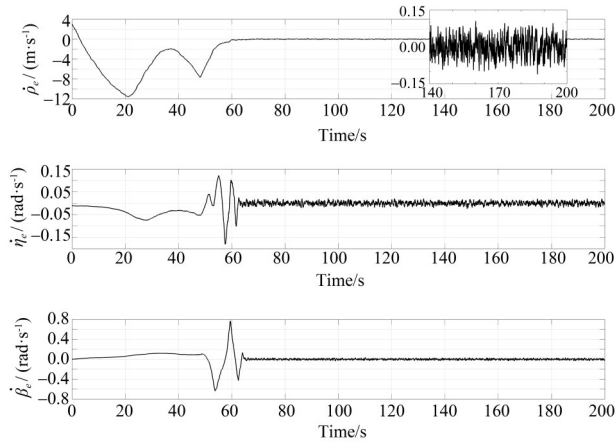


图4 视线系下 $\dot{\rho}$ 、 $\dot{\eta}$ 、 $\dot{\beta}$ 的误差曲线

Fig. 4 Error curve of $\dot{\rho}$, $\dot{\eta}$, $\dot{\beta}$ in the line-of-sight coordinate system

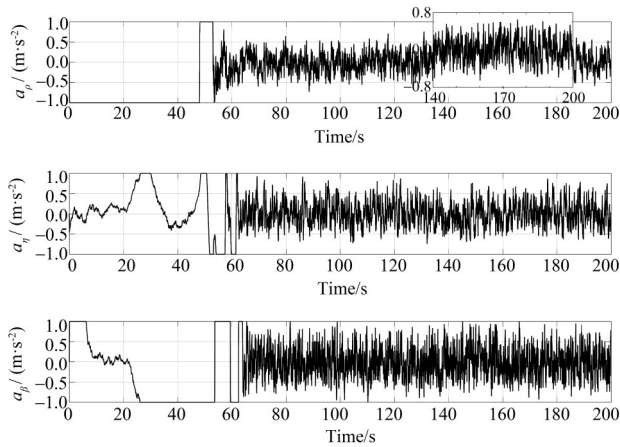


图5 视线系下各轴的控制加速度

Fig. 5 Controlled acceleration of each axis in the line-of-sight coordinate system

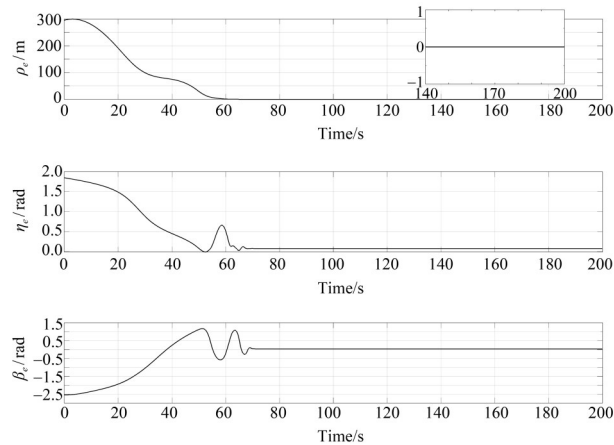


图6 视线系下 ρ 、 η 、 β 的误差曲线

Fig. 6 Error curve of ρ , η , β in the line-of-sight coordinate system

4.2.2 考虑不确定性情况下的仿真 因在近距离抵近过程中, 抵近航天器与目标航天器间所受的扰动力相近, 即相对扰动力很小, 故考虑的不确定性主要为抵近过程中的测量误差。视线相对距离测量误差设置为均值为0、标准差为0.05 m 的白噪声, 视线偏角和视线倾角测量误差为均值为0、标准差为0.1°的白噪声。在以目标航天器所在时空为基准所建惯性系下, 两航天器的相对运动轨迹如图7所示。由图8可知, 抵近航天器在80 s后进入误差带且此后一直维持在误差带中, 即 $|\rho_e| \leq 0.1 \text{ m}$ 、 $|\eta_e| \leq 0.1 \text{ rad}$ 、 $|\beta_e| \leq 0.1 \text{ rad}$ 。图9反映了 $\dot{\rho}$ 、 $\dot{\eta}$ 、 $\dot{\beta}$ 随时间的变化。由于目标航天器具有机动控制加速度以及测量误差, 故图8-9和10中均出现了“抖震”现象, 而实际的控制加速度仍满足控制饱和约束。图11给出了抵近非机动目标航天器的仿真结果, 相对距离偏差 $|\rho_e| < 0.006 \text{ m}$ 。

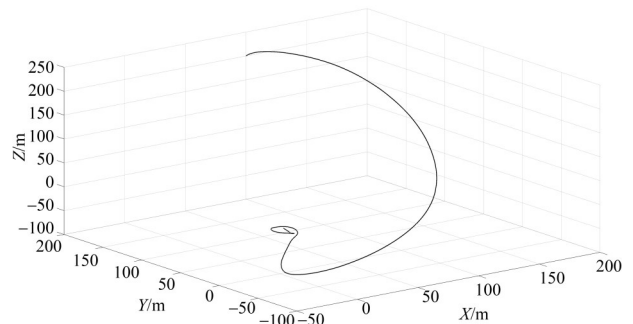


图7 相对运动轨迹

Fig. 7 Relative movement orbit

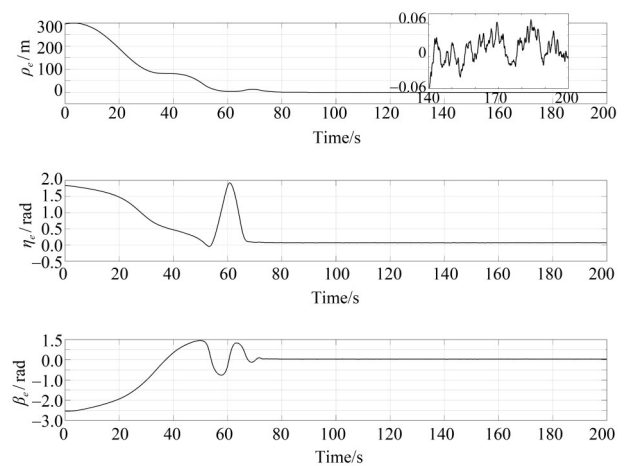


图8 视线系下 ρ 、 η 、 β 的误差曲线

Fig. 8 Error curve of ρ , η , β in the line-of-sight coordinate system

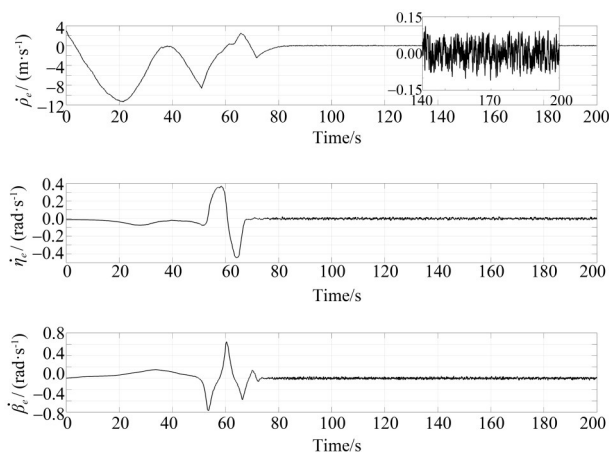
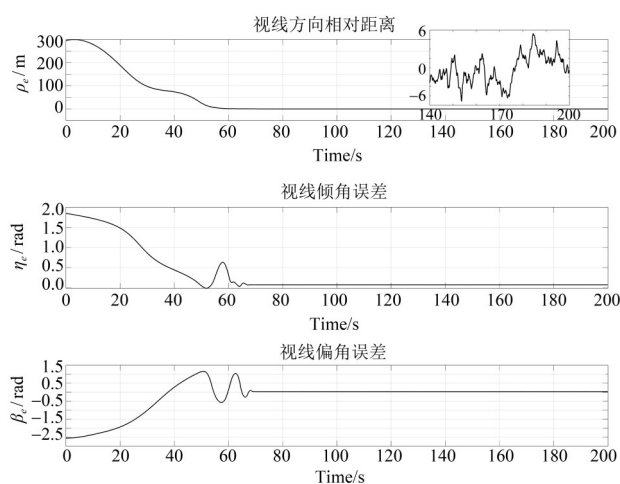
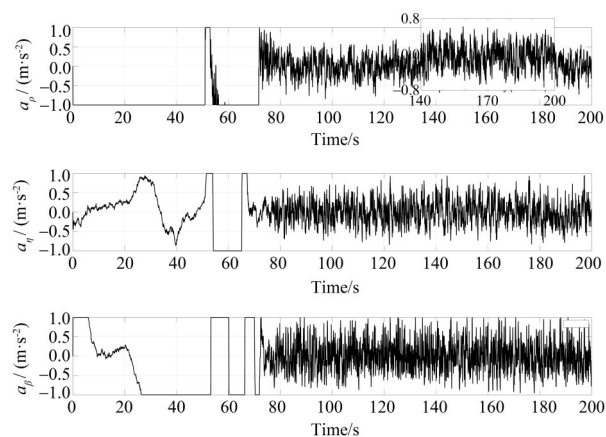
图9 视线系下 $\dot{\rho}$ 、 $\dot{\eta}$ 、 $\dot{\beta}$ 的误差曲线Fig. 9 Error curve of $\dot{\rho}$, $\dot{\eta}$, $\dot{\beta}$ in the line-of-sight coordinate system图11 视线系下 ρ 、 η 、 β 误差曲线Fig. 11 Error curve of ρ , η , β in the line-of-sight coordinate system

图10 视线系下各轴的控制加速度

Fig. 10 Controlled acceleration of each axis in the line-of-sight coordinate system

5 结论

在本文中, 我们提出了一种适用于空间非合作目标近距离抵近控制的新型 LMPC 算法。通过在现有的基于李雅普诺夫函数的跟踪控制器中加入在线优化, 可以使控制性能和稳健性得到很大程度的提高。此外, LMPC 控制器能有效解决对具有机动能力的非合作目标的抵近问题。LMPC 控制的递归可行性和闭环稳定性得到了严格的证明。数值仿真结果显示了所提出的 LMPC 轨迹跟踪控制的有效性与准确性。接下来, 有意将 LMPC 方法应用在考虑执行器作用的姿轨耦合控制问题中; 同时, 将在半物理仿真平台上进行实验以验证所提出的 LMPC 方法。

参考文献:

- 陈统, 徐世杰, 2006. 非合作式自主交会对接的终端接近模糊控制[J]. 宇航学报, 27(3): 416-421.
- 董凯凯, 罗建军, 马卫华, 等, 2021. 非合作目标交会的双层 MPC 全局轨迹规划控制[J]. 航空学报, 42(11): 217-228.
- 高登巍, 罗建军, 马卫华, 等, 2013a. 接近和跟踪非合作机动目标的非线性最优控制[J]. 宇航学报, 34(6): 773-781.
- 高登巍, 罗建军, 马卫华, 2013b. 基于 Lyapunov 方法的非合作目标接近与视线跟踪[J]. 西北工业大学学报, 31(4): 577-583.
- 敬忠良, 2011. 航天器自主操作的测量与控制[M]. 北京: 中

国宇航出版社.

- DONG K K, LUO J J, WEI L H, 2020. Tube-based robust output feedback model predictive control for autonomous rendezvous and docking with a tumbling target[J]. Adv Space Res, 4: 1158-1181.
- KHALIL H, 1996. Nonlinear systems[M]. New York, USA: Prentice-Hall: 117-235.
- LEOMANNI M, ROGERS E, GABRIEL S B, 2014. Explicit model predictive control approach for low-thrust spacecraft proximity operations[J]. J Guid Control Dynam, (6): 1780-1790.
- LI P, ZHU Z H, MEGUID S A, 2016. State dependent model

- predictive control for orbital rendezvous using pulse-width pulse-frequency modulated thrusters [J]. *Adv Space Res*, 58(1): 64–73.
- LI Y P, ZHU Z H, 2017. Line-of-sight nonlinear model predictive control for autonomous rendezvous in elliptical orbit[J]. *Aerosp Sci Technol*, 69: 236–243.
- LIU J F, 2011. Networked and distributed predictive control: Methods and nonlinear process network applications[D]. Los Angeles: University of California.
- MACIEJOWSKI J, 2003. Predictive control with constraints [M]. Harlow, UK: Prentice-Hall, Pearson Education Limited.
- MAMMARELLA M, CAPELLO E, PARK H, et al, 2018. Tube-based robust model predictive control for spacecraft proximity operations in the presence of persistent disturbance [J]. *Aerospace Science and Technology*, 77: 585–594.
- MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al, 2000. Constrained model predictive control: Stability and optimality [J]. *Automatica*, 36(6): 789–814.
- MA Z, MA O, SHASHIKANTH B N, 2007. Optimal approach to and alignment with a rotating rigid body for capture[J]. *J Astronaut Sci*, 55: 407–419.
- MING X, BALAKRISHNAN S, 2002. State dependent Riccati equation based spacecraft attitude control [C]// 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. AIAA Paper.
- MING X, BALAKRISHNAN S N, STANSBERRY D, 2004. Spacecraft position and attitude control with theta-D technique [C]//42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. AIAA Paper.
- MING X, PAN H, 2011. Nonlinear optimal control of spacecraft approaching a tumbling target[J]. *Aerosp Sci Technol*, 15(2): 79–89.
- PENG H, JIANG X, CHEN B, 2014. Optimal nonlinear feedback control of spacecraft rendezvous with finite low thrust between libration orbits[J]. *Nonlinear Dynam*, 76(2): 1611–1632.
- STANSBERRY D T, CLOUTIER J, 2000. Position and attitude control of a spacecraft using the state-dependent Riccati equation technique [C]//Proc 2000 Am Control Conf. ACC(IEEE Cat 00CH36334), 3: 1867–1871.
- ZHANG H, LUO Y, LIU D, 2009. Neural-network-based near-optimal control for a class of discrete-time affine nonlinear systems with control constraints [J]. *IEEE Trans Neural Netw*, 20(9): 1490–1503.

(责任编辑 王海蓉)